

Tutoraggio Analisi II

Corso di Laurea in Ingegneria Chimica, Ingegneria Civile ed Industriale
Sapienza Università di Roma

Docente: Anna Chiara Lai

Tutor: Andrea Di Biagio*

Settimana 13

Successioni e Serie di Funzioni

Esercizio 1.

Sia $\{f_n\}$ la successione di funzioni

$$\begin{aligned} f_n : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x^n, \end{aligned}$$

Determinare il dominio di convergenza puntuale D della successione e la funzione f a cui converge. Studiare la convergenza uniforme.

Esercizio 2.

Sia $\{g_n\}$ la successione di funzioni

$$\begin{aligned} g_n : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto (1 - x^2)x^n, \end{aligned}$$

Determinare il dominio di convergenza puntuale E della successione e la funzione g a cui converge. Studiare la convergenza uniforme.

Esercizio 3.

Sia $\{f_n\}$ la successione di funzioni

$$\begin{aligned} f_n : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto n \cdot \max(1 - n|x|, 0). \end{aligned}$$

Calcolare

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{R}} f_n(x) dx.$$

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione. Sia E il dominio di convergenza puntuale della successione. Calcolare

$$\tilde{I} = \int_E \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx.$$

*andrea.dibiagio@uniroma1.it

Esercizio 4.

Studiare la convergenza totale, uniforme e puntuale in della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-0.5)^n}{n} x^2 e^{-x}$$

in $E = [0, \infty)$. Determinare la funzione f a cui la serie converge.

Esercizio 5.

Sia $E = [0, \pi/2]$ e $\{f_n\}$ la successione di funzioni

$$\begin{aligned} f_n : E &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{\cos(nx)}{n^2} \end{aligned}$$

Studiare la convergenza totale, uniforme e puntuale in della serie $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$. Calcolare

$$I = \int_E \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) dx.$$