

# Tutoraggio Analisi II

Corso di Laurea in Ingegneria Chimica, Ingegneria Civile ed Industriale  
Sapienza Università di Roma

Docente: Anna Chiara Lai

Tutor: Andrea Di Biagio\*

## Settimana 12

*Serie di Potenze e Serie di Taylor*

Per i primi 4 problemi, trovare l'insieme di convergenza  $E$  di ciascuna serie di potenze.

**Esercizio 1.**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

**Esercizio 2.**

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(2x)^n$$

**Esercizio 3.**

$$\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$$

**Esercizio 4.**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(\ln n)^n}$$

**Esercizio 5.**

La serie di Taylor per  $\ln(1+x)$  intorno a 0 è

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n$$

e converge<sup>1</sup> per  $x \in E = (-1, 1]$ . Non la si può usare quindi per calcolare  $\ln 3$ . Trovare la serie di Taylor intorno a  $x = 0$  di

$$\ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right),$$

determinarne l'insieme di convergenza. Usare la serie di Taylor per approssimare  $\ln 3$ .

---

\*[andrea.dibiagio@uniroma1.it](mailto:andrea.dibiagio@uniroma1.it)

<sup>1</sup>**NB:** In classe ho erroneamente detto che la serie non converge per  $x = 1$ . La convergenza si dimostra con il criterio di Leibniz.

**Esercizio 6.**

Usare la serie di Taylor per calcolare un valore approssimato di

$$I = \int_0^1 e^{-t^2/2} dt.$$

**Esercizio 7.**

Determinare l'insieme di convergenza della successione di funzioni  $\{f_n\}$ , dove

$$f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{n}.$$

Sia  $f$  la funzione tale che, per ogni  $x$  nell'insieme di convergenza,  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ . Trovare  $f$  e la sua derivata  $f'$ . Determinare il limite della successione  $\{f'_n(0)\}$ .